

Math. O.

424.
6

Digitalizálta
a Magyar Tudományos Akadémia Könyvtár
és Információs Központ

The logo is enclosed in a double-lined rectangular border. It features the letters 'M' and 'A' in a large, bold, serif font, positioned on either side of a vertical line. The year '1826' is printed in a smaller, bold, serif font below the 'M'. The letter 'K' is positioned to the right of the vertical line, partially overlapping it.

MTA
1826 K

ÉRTEKEZÉSEK

A

MATHEMATIKAI TUDOMÁNYOK KÖRÉBŐL.

KIADJA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

HATODIK KÖTET. 1877/s.

A III. OSZTÁLY RENDELETÉBŐL

SZERKESZTI

SZABÓ JÓZSEF,

OSZTÁLYTITKÁR.

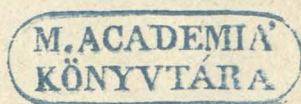
174m

BUDAPEST, 1879.

A M. T. AKADÉMIA KÖNYVKIADÓ-HIVATALA.

(Az Akadémia épületében.)

301354



EGY UJ
MÉRLEGRENDSZER.

KRUSPÉR ISTVÁN

R. TAGTÓL.

EGY TÁBLÁVAL.

(Bemutatta a III. osztály szakülésén 1878. február 18.)

BUDAPEST, 1878.

A M. TUD. AKADEMIA KÖNYVKIADÓ HIVATALA.

(Az Akadémia épületében.)

EGY ÚJ MÉRLEGRENDSZER

KRUSPÉR ISTVÁNTÓL.

Van szerencsém egy új rendszer szerint készített mérleget bemutatni, mely minden eddigieket fölülmúl positive azon jó tulajdonságokban, melyekkel bir, és negative azon káros hatányok elkerülése által, melyekben a többiek sinlenek. E mérleg 20 k. egyoldalú terhelhetőségre van készítve, és az állami központi mértékhitelesítő bizottság inspektora számára van tervezve, ki azt az utra magával viszi, s a mértékhitelesítő hivatalok megvizsgálásánál használja. Ezen mérlegnek tehát:

1) könnyen *szét szedhetőnek*, és könnyen *összerakhatónak* kell lenni;

2) mesterkélt felállítást, asztalra való megerősítést nem szabad igényelni, hanem csak egyszerűen egy *közönséges asztalra helyezve* használhatónak kell lenni, s mindamellett annak lehetőleg *csekély súlylyal* kell birni;

3) a lehető legtágabb határok közt, a *legkülönbözőbb nagyságú súlyok* megmérésére használhatónak kell lenni. E tulajdonságok együttesen egy mérlegrendszeren sem találhatók fel.

A *szétszedhetőség* meg van ugyan minden mérlegen, de az összeállítás rendesen hosszadalmas rektifikatiót igényel; vagy ha a felállítás könnyen eszközölhető, ezen előny vagy a mérleg súlyának növelése, vagy az élek aránylag nagyobb megterhelése, tehát a mérleg conservatiojának veszélyeztetése árán éretik el. — Ezen mérlegen a részek épen úgy sze-

detnek szét, és rakatnak a tokba, mint valamely mérnöki műszernél, s az összeállítás semmi hosszadalmas kezelést nem igényel.

A mi a felállítás *szilárdságát* illeti, a kisebb fajta mérlegek minden szilárd talajon álló, erős asztalon eléggé szilárdan állanak; de azok még is, nagyobb biztosság végett, s azért, hogy a talaj ingadozásaitól függetlenebbek legyenek, a falakon megerősített asztalkákra — consolokra — szoktak állíttatni. A mérleg maga egy eléggé erős, széles táblára lévén megerősítve, az asztalkán semmi további megerősítést nem kíván; de már a 10 k. és nagyobb terhek megmérésére szánt mérlegeket az asztalhoz csavarokkal kell leszorítani, hogy az egyoldalú terheltetésből eredő nyomásoknak ellentálljanak. Ez szükségesképen következik a mérleg szerkezetének azon sajátosságából, hogy az egész egy középponti *oszlopon* nyugszik, melynek alapja nem igen nagy azon távolsághoz képest, melyben a serpenyők felfüggesztési vagy is a terhek fogpontjai ezen oszloptól állanak. Mind ezen leszorítás dacára azonban ez oszlopon érzékeny libella által tetemes ingadozást lehet észrevenni, ha a terhek a serpenyőkben nem ugyanazon pillanatban kezdenek hatni a mérleg-igára. — Az én mérlegemen a középponti oszlop hiányzik, helyette egy vízszintes fekvésű, eléggé merev, de azért nem súlyos, paralelepipedhez hasonlító test van alkalmazva, mely a mérleg tartó, emelő részét ábrázolja. Ebben vannak a mérleg többi organikus részei elhelyezve. Ezen test, mintegy két bakon, négy lábon nyugszik, az egész teher tehát szélesebb alapon oszlik meg. A mérleg sokkal alacsonyabb, mint más mérlegrendszereknél, mi annak szilárd állását tetemesen növeli, úgy, hogy az mind a két serpenyőben külön külön 20 k.-val terhelve, az asztalhoz leszorítás nélkül is mozdulatlan áll, noha a mérleg maga 20 k.-ot nem nyom.

A mérleg *munkaképességét* illetőleg szigorú mérlegeknél megelőgesznek, ha a mérlegen megmérhető legkisebb és legnagyobb súly úgy van egymáshoz, mint 1:10. A párizsi nemzetközi méterbizottság számára készítendő mérlegek 0—2 gr, 2—20 gr, 20—200 gr. és 2—20 k. határok közötti használatra vannak tervezve. — Ezen a mérlegen 200 gram-

mot még $\frac{1}{2}$ milligr. és 20 k.-ot 2 milligram pontossággal meg lehet mérni.

Minden mérlegnek leglényegesebb alkotó része az *iga*. Az elmélet megállapítja azon matematikai föltételeket, melyeknek eleget kell tenni, hogy az egyenlő karú mérleggel pontos méréseket lehessen tenni.

Ezek a következők:

A mérleg-*iga* lehetőleg *hosszú* legyen.

Annak két *karja* egymással *egyenlő* legyen.

Az *iga könnyű*, mindamellett erős, *merev* legyen, hogy a teher alatt meg ne görbüljön.

Az *igán* a két serpenyő felfüggesztési pontját összekötő egyenes vonal, a tengely élvonalát messe.

Az *iga nyelve* lehetőleg *hosszú* legyen.

Az *iga súlypontja* valamivel a tengely éle alá essék.

Ezen föltételek teljesítése nélkül pontos eredményre gondolni sem lehet. Igen fontos dolog, hogy az *iga* tengelye egyenes vonal alakú élet képezzen, s ágyával együtt igen kemény anyagból legyen készítve, simára csiszolva és pallérozva azért, hogy a surlódás az *iga* lengését minél kevesbbé akadályozza. De ezen föltételeken kívül még számos más körülmények vannak befolyással a mérés pontosságára, s ezek részint a tengely és a serpenyők felfüggesztésének módzataira, részint az élek tehermentesítésére vonatkoznak.

Az *iga* tengelye régenten egy, az *iga* testébe vájt lyukba volt be ékelve, úgy hogy az az *iga* mindkét oldalán kiállott, de a tengely középső része, mely az *iga* testébe esett, hozzáférhetlen volt. A tengely ágya szintén két egymástól különvált vályúból állott. Az egész összeköttetést a gémes kúton igen hiven látjuk ábrázolva, hol a gém gerendájában megerősített vastengely a mérleg-*iga* tengelyéhez, az ágas két ágában fúrt lyukak pedig a mérleg-*iga* tengelyágyaihoz hasonlítanak. Az *iga* két vége karikákra görbitett élekben végződött, melyeknek síkjai merőlegesen állottak az *iga* közép hosszvonalára. A serpenyőlánczok végei szintén karikákra voltak fűzve, melyeknek belső éles karimái az *iga* vég éleire keresztben állottak. Ekképen ezen két karika csak egy pontban érintkezett egymással. Így voltak a finom mérlegek még csak

20—30 évvel ezelőtt berendezve. De e szerkezetnek lényeges tökéletlenségei vannak. Ugyanis a tengely két ágát igen nehéz úgy készíteni és megerősíteni az ágason, hogy azok meghosszabbítva egy ugyan azon felületnek két különvált részei legyenek, azok rendesen két különböző, egymás mellett fekvő felülethez fognak tartozni, melyeken az iga tengelyéle nem egyformán fekszik mindenkor. Innen azután feszülések keletkeznek, a tengely éle bizonyos pillanatokban akadályokkal, lökésekkel találkozók, melyek a lengési szög nagyságát egyenlőtlen módon megváltoztatják.

Továbbá a végélek, és a serpenyők karikái csak egy pontban érintkezvén egymással, az egész teher ezen pontokra nehezedik; ennek folytán az érintkezési pontnál az élek hamar eltompulnak, s ez által a mérlegkarok hosszában tetemes változások állanak elő, minthogy a mérlegkarok hossza az érintkezési pontok — most már felületek — által határoltatik. Pedig ha valamely mérleg karja annak n -ed részével változik, akkor a megromlott súlyegyet csak a serpenyőbe helyezett súly n -ed részének hozzáadása, illetőleg elvétele által lehet helyreállítani. Ha p. o. egy 20 k. súlyt 2 milligr. pontossággal megakarunk mérni, 2 milligr. 20 k.-nak $\frac{1}{10 \cdot 000 \cdot 000}$ része lévén, a mérleg-karban sem szabad annak $\frac{1}{10 \cdot 000 \cdot 000}$ részénél nagyobb változásnak történni. Ez egy 300 millimeter hosszú mérlegkaron, mint a milyen ezen mérlegé, egy milliméternek mintegy 33000-ed részét teszi, olyan kis mennyiséget, melyet csak egy 5—6 százszor nagyító görcsővel lehetne látni. Tehát a mérlegkar hosszának ily mérvű ingadozásai már a mérésre káros befolyást gyakorolnak. E hiba befolyásának csökkentése végett az újabb időben a mérlegek végéleit is prismákkal helyettesítették, s azokat úgy rendezték el, hogy az élek egész hosszukban érintkezzenek az ágyakkal. Ekképen a teher nagyobb hosszra eloszolván, a prismák élei az eltompulásnak sokkal csekélyebb mértékben vannak kitéve. E javítás a mérleg egyes részeiben lényeges változtatásokat húzott maga után; az iga közepén egy tágas nyílás töregett át, melyen a prismát át lehet dugni. A prisma az ígához csavarok által lett megerősítve. A tengelyágy szintén hasáb alakot kapott, mely az iga középnyílásán szintén akadály nél-

kül átfér, a nélkül, hogy az a nyílás falait valahol érintené. Ez az ágas két ágához lett csavarokkal megerősítve. A végéleken kengyel alakú függelékek akasztattak fel, s ezekre lettek a serpenyők felfüggesztve. De ezen berendezésnél nem volt a mérleg-iga könnyen levehető az ágyáról, mert az iga nyílásán keresztül dugott, s az ágas két ágára megerősített tengelyágy a szétszedhetést akadályozta. Ezen a nehézségen az által gondoltak átesni, hogy a tengely ágyát egy, a középponti oszlopból oldalt vízszintesen kinyúló tartóra erősítették meg, mely egyik végén szabadon áll. Erre oldalról az iga tengelyét rá lehetett tolni. A könnyen szétszedhetőség czélja tehát el lett érve; de ekképen az iga a közép oszloptól oldalvásti fekvést nyervén, a súlyok a középponti oszlop talpára külpontos nyomást gyakorolnak, mi a mérleg szilárd állásának tetemes kárára szolgál. Ezen oldalnyomás ellensúlyozására szükséges volt az oszlopot jóval súlyosabbnak csinálni, mint az központi nyomásnál szükséges volna. Az ilyen nagyobb teherre szánt mérleget okvetetlen le kell srófolni az asztalhoz, különben pontos mérésre alkalmatlan.

Az én mérlegemnél az iga ismét visszahelyeztetett az előbbi középponti fekvésbe, s a szétszedhetőség azon igen egyszerű berendezésem által lett elérve, hogy az ágyat képező hasábot könnyen ki lehet húzni azon rovatékból, melybe az ágas két ágában van ágyazva, és azt ismét vissza lehet tolni. Ezen berendezés nincsen kárára a mérleg szilárdságának; hiszen ágyukból kivehető és ismét visszahelyezhető prismák, ékek már más igen érzékeny műszereknél is vannak alkalmazásban. Nevezetesen a Repsold készítette *reversio inga* tengelye is így van berendezve. Az egész csak mechanikai ügyes kezet kíván.

A régibb mérlegeken az ágyak mind henger alakú vályúkból állanak, s az élek az ágyakkal folytonos érintkezésben maradnak. De nem sokára belátták, hogy ezen berendezés mellett az élek csakhamar eltompulnak; ha pedig a prismák élei eltompultak, úgy hogy azok egy, kis radiusú hengerfelületet képeznek, akkor ezeknek érintkezési vonalai az ágyakat képző vályúkkal az iga lengése közben oldalt mozdulnak, épen úgy, mint egy bölcső lábai ringatás közben a

szoba földjén egy oldalról a másikra gördülnek. Az érintkezési vonalak elmozdulása pedig egyet jelent a mérlegkar hosszának időnkinti megváltozásával. Minél nagyobb a vályú görbületi sugara, annál kisebb ezen befolyás, szükség volt tehát az ágyakat sík alakra készíteni; de akkor egyszersmind elkerülhetlen lett a középső élt ágyáról, úgy szintén a kengyeleket a végélekről fölemelni azon időre, míg a mérleg működésen kívül helyeztetett, és azokat ismét leereszteni, ha a mérleggel dolgozni akarunk. Szükséges volt ezen fölemelés, már csak azért is, hogy az íga az ágyáról, a kengyelek az élekről maguktól le ne csúszszanak. Ez által egyuttal azon czél is el lett érve, hogy az élek jobban megóvattak a szükségtelen koptatástól. Így képződött a mérleg *kiemelő*, vagy *zárkészüléke*. A finom mérlegeken ezeket nélkülözni nem lehet. Hozzá járult még ezekhez a serpenyő elzárása. Ez különösen nagy terhekre szánt mérlegeknél szükséges azért, hogy midőn a teher egymásután elébb az egyik, azután a másik serpenyőre helyeztetik, ezen egyoldalú terhelés a mérleg oszlopára oldalnyomást ne gyakoroljon.

Általában tehát egy tökéletes mérlegen három kiemelésre van szükség; de annak berendezése különböző lehet, u. m.:

a) *A serpenyők a mérleg nyugalmi állapotjában az asztalon nyugosznak.* Ekkor a középső élnek, annak ágyának, és a kengyeleknek az elzárás folyamatjában lefelé kell mozdulni és egyenkint fennakadni az akaszokon.

Legcsekélyebb a kengyelek súlyedése. Ez megszűnik, mihielyt a serpenyők az asztalt elérték, s a lánczok egy kissé meglazultak, valamivel tovább súlyed a középső él, hogy a végélek és a kengyelek közt egy kis hézag képződjék. Még tovább súlyed a középső él ágya hasonló oknál fogva. Nagy teherre szánt mérlegeknél ezen berendezés a legcélszerűbb, mert a serpenyők az asztalon nyugodván, azok igen szilárd módon vannak alátámasztva. El lehet azokat látni vassínekkel, melyeken egy alacsony kocsi kerekei gördülhetnek, s a teher ezen kocsira egy oldalt helyezett állványon ráaraktván, könnyen a serpenyőre tolatik, s ekképen a kezelés igen kényelmessé lesz.

b) *A serpenyő a mérleg nyugalmi állapotjában az asztal fölött van.* Ekkor a középső él ágya mozdulatlan megerősíthető a mérleg tartó részén, az iga, a kengyelek, és a serpenyők pedig az elzárás közben fölfelé emeltetnek. Itt a középső él legcsekélyebb emelkedést kíván, valamivel nagyobb a kengyelek, és ezeknél is nagyobb a serpenyők. Lehet a mozgásokat másképp is kombinálni, de ezek a legcélszerűbbek, és a dolog természetéből önként folynak.

Milyen sorrendben kell az elzárásnak egymás után következni? Legcélszerűbbnek látszik, ha legelsőben a kengyelek vétetnek át az ígáról az akaszok által, hogy az iga a teheről megszabaduljon; azután az iga záratik el, végre a serpenyők támasztatnak alá. A mérleg megindításánál ellenkező sorrendben jönnek a különböző részek mozgásba. Legelőbb a serpenyő szabadul fel, s ha az erősen ingadoznék, azt meg kell nyugtatni. Ekkor az egész teher a kengyelek akaszain nyugszik. Most a kengyelek az iga végéleihez közelednek, míg végre azok az akaszoktól megszabadulnak és az iga végein akadnak fenn. Most a teher már a végéleken nyugszik, de az iga még az akaszok által tartatik. Végre a középső él ágya közeledik az élhez, vagy megfordítva az él közeledik az ágyhoz, az ágy át veszi az ígát a rajta lévő teherrel együtt az akaszoktól, és most már az iga szabadon leng.

Az akaszok rendesen kúp alakú hegyes peczkekből állanak, melyek megfelelő mélyedésekbe illenek. E mélyedések részint kúp- részint vályú-alakúak. A kengyelek felakasztására egyik oldalon kúp-, a másikon vályú alakú mélyedésre van szükség, hogy semmi feszültség elő ne állhasson. Az iga egyik végén hasonlóképen kúp, a másikon vályú alakú mélyedések szükségesek. Ezeken kívül az iga ingadozásának megakadályozására támaszpeczkek alkalmaztatnak. De ez nem egyedüli módja az elzárásnak, noha véleményem szerint a legjobbak közzé tartozik.

Az emelkedések és süllyedések vagy függélyes egyenes, *párhuzamos* vonalakban mennek végbe, vagy *körforgásra* vannak szerkesztve. Az első hosszú vezetékét igényel; az utóbbi kisebb tért foglal el. De hogy ezen utóbbit jól működjék, szükséges, hogy a mozgás azon pillanatban, midőn az iga a ter-

het a kengyelek akaszairól átveszi, függélyes irányban történjék; akkor ezen szerkezet épen úgy működék, mint az előbbi-parallel mozgásra alapított berendezés.

Az én mérlegem a második akaszrendszer szerint van szerkesztve, s a kiemelések körmozgásra vannak alapítva. A mérleg-iga középső élének ágya mozdulatlan. Az iga két vége felé mindkét oldalt kinyúló orrocskák vannak, melyekben az akaszmélyedések vannak megerősítve, a kúpeczek pedig a mérleg testének két végén szilárd ágyakba helyezett, s vízszintes tengelyek körül forogható szögemeltyük karjain vannak elhelyezve, mindegyiken egy pár a kengyelek, egypár az iga számára. A szögemeltyük lefelé nyúló karjain csavaranyák vannak beágyazva, melyeken a mérleg egész testén hosszában átvonuló csavarorsó megyen keresztül. Ezen orsó csak tengelye körül foroghat, hosszirányban minden mozgás meg van gátolva, egyik végire bal, másikra jobbmenetű csavar van metszve, úgy, hogy ez orsó forgásba hozatva mind a két csavaranyát egyformán befelé huzza, vagy kifelé tolja, s ekképen a szögemeltyük vízszintes karjait, s ezek által a peczkeket is lefelé vagy fölfelé mozditja. Az orsó pedig két fogas kúpkerek által hozatik forgásba, melyek közül az egyik az orsó tengelyén, a másik pedig az orsóra keresztben egy melléktengelyen van megerősítve. E tengely végén végre egy forgattyu van megerősítve, melyet jobbra balra lehet forgatni. Ha a mérlegiga le van eresztve a közép ágyra, akkor a serpenyő alatt az asztalig elég tér van a szabadd lengésre. Az emelő karok úgy vannak berendezve, hogy azoknak forgás tengelyei a középső ágyával egy vízszintes síkban fekszenek, s ha az iga annyira le van eresztve, hogy a középső él épen érintkezésbe jön az ágyával, a kengyelek síkjai is épen érintkezni kezdenek a végélekkel. Ezen állapotban az akaszpeczek hegyei a tengelyeket összekötő síkban vannak, s ha az emeltyűkarok egy kissé elmozdittatnak, a peczkek függélyes mozdulatot tesznek, mint az fennebb megemlítettett.

Ha a mérleget elakarjuk zárni, akkor az emelő karok által fel kell az igát emelni annyira, hogy a középső él az ágya fölött 3—4 milliméter magasan álljon. Ekkor a serpenyők alá tányérvák tolatnak, azután az emelő karok leeresz-

tetnek, míg a serpenyők az alájok tölt tányérokra ülnek, és a lánczok egy kissé meglazulnak. Ekkor a tengely éle még mindig egy milliméterrel magasabban áll az ágyánál, a kengyelek pedig még valamivel magasabb állást foglalnak el, mert az azokat emelő akaszoknak nagyobb emeltyűkarjuk van, mint az igáénak, tehát a kengyelek és a végélek közt egy kis hézag marad. A mérleg így el van zárva. Ha a mérleget mozgásba akarjuk hozni, akkor mindenek előtt az emelő karokat egy kissé emelni kell, hogy a serpenyők támaszait könnyen vissza lehessen húzni a mérleg teste alá, azután az emelő karokat le kell eresztetni előbb lassan, míg a középél az ágyára fekszik, azután gyorsabban, hogy a karok az iga lengésének útjában ne álljanak.

A *kengyel* szerkezete sem egészen közömbös a mérés pontosságára. Ugyanis gondoljuk egy pillanatra, hogy a serpenyő merev kapcsolatban volna a kengyellel, és a kengyel sikja nem menne a peczkek hegyein keresztül, midőn a kengyel a peczkeken fölül, akkor ha a teher a serpenyőnek majd egyik, majd másik oldalára tétetik, az egésznek súlypontja a térben más más helyre esvén, míg a fülfüggesztési vonal — a peczkek hegyeit összekötő vonal — változatlan marad, a kengyel sikja is majd egyik, majd másik oldalra mozdul a peczkek hegyeit összekötő vonaltól és a vízszintestől való elhajlását is megváltoztatja, ennél fogva, midőn a kengyel az iga végélére leereszkedik, az érintkezési vonal a siknak más más helyére esik. Ha most az élt egy kis radiusu hengernek gondoljuk, az érintkezési vonal is az élt alkotó henger más más vonalaival fog összeesni, s ezáltal a mérlegkar hossza is más más fog lenni. Hogy ez ne történhessék, szükség, hogy a kengyelsik helyezkedése állandó, a tehernek a serpenyőben elfoglalt állásától független legyen. Ez két föltételtől függ, u. m. a kengyelsiknak az akaszmélyedések fenekével össze kell esni; továbbá a kengyelnek a serpenyővel minél könnyebben mozogható kapcsolatban kell lenni. Ha több, homogén, középen átfurt golyót kisebb nagyobb távolságban egymástól egy sínorra fűzünk, s a sínórt egy szögre felakasztjuk, az így képződő physikai inga akkor jön nyugalomba, ha a golyók középpontjai a felfüggesztési ponton keresztül gondolt függélyes vonalba esnek. Ezen mechanikai törvénynek megfelelő mó-

don van az én mérlegemen a függelék készítve, melyen a serpenyő van felakasztva. Ez áll a felső kengyelből, melynek két oldalán az akaszcpeczeknek megfelelő mélyedések, belül a kengyel sikja van helyezve; a kengyel alsó részén pedig egy föl-felé álló peczek van alkalmazva. Ezen peczekbe egy második, az előbbire keresztben álló kengyel felső részén helyezett kúp alakú mélyedés illik; az alsó rész szétszedhető, azért, hogy a kengyelt a serpenyő lánczok karikájával össze lehessen kapcsolni. A peczek hegyei és a mélyedések feneké közt a mozgathatóság igen nagy lévén, a felső kengyel mindig úgy fog helyezkedni, hogy a két felső és az alsó peczek egy függélyes síkba essenek, s ekképen a kengyel sikja az élhez képest mindig egyenlő fekvésben marad.

E módon a fentebb kitűzött cél jobban eléretik, mint lánczkarikák által, melyeknél az érintkezés szélesebb térre terjed, ennél fogva a mozgékonyság sokkal kisebb.

Hátra van még, hogy az iga *nyelvéről* szóljak. A régibb mérlegeken a nyelv hossza meg nem haladja a mérlegkar hosszát. Ujabb időben azonban belátták, hogy a mérleg érzékenységét nem annyira az iga súlypontjának a középélhez mód nélküli közelítése, hanem a *scalán* a leolvasási képesség fokozása által kell elérni törekedni. Mert ha az iga súlypontja igen közel van a tengely éléhez, akkor a mérleg igen lassan leng, a mozgó tömegek csekélyebb eleven erőt fejtenek ki, ennél fogva a mérleg az ágynak legkisebb darabosságát jobban megérzi, mintha a lengés élénkebb volna. Az ilyen mérleg stabilitása igen csekély, mi abban mutatkozik, hogy a nyelv mindig más más ponton állapodik meg a scalán. Nagy haladást tett tehát a mérleg szerkezete Steinheilnek azon berendezése által, hogy a mérleg nyelvét egy optikai apparatussal helyettesítette. Ő — a Gauss deklinometerjének analogiájára — az iga tetején egy sík tükröt erősített meg keresztben annak hosszirányára, ezzel átaellenben egy távcsőt állított fel szilárd alapon, s e mellé egy függélyes scalát helyezett. Ezen scala osztályrészeit a tükrökben látni lehet a távcsővel, s az iga lengési szögét a távcső vízszintes szálán az osztályrészek leolvasása által lehet meghatározni. A scala a tükrőtől 3—4 méter távolságban áll, s a tükrő felületére gondolt, a scaláig erő merőleges vonal ábrá-

zolja a mérleg nyelvét. De minthogy a tükör által visszavetett sugáreltérítetésekétszer olyan nagy, mint a mérőlegesnek szög-elmozdulása, a scalan leolvasott osztályrészek az iga lengési szögének kettős értékét fogják szolgáltatni. Ezt tehát felézni kellene. Azonban egyszerűbb ezen leolvasást változatlan megtartani, s helyette a mérleg nyelve hosszát kétszerezni. S ha tekintetbe vesszük, hogy a távcső tulajdonképpen nem a tükörre, hanem a tükörben látszó képre van beállítva, ezen képek a scalától való távolságát kell tekinteni a mérleg nyelve hosszának. Ez tehát 6—8 méterre felrug, s ezen mérvben növekedik azon pontosság is, melylyel az iga elmozdulási szögét meg lehet határozni.

A tükörnek az iga tetején elhelyezése egy kis elméleti hibát okoz, t. i. a tükör távolsága az iga tengelyétől nagyobb mérlegeknél 6—8 centimétert is elérvén, annak távolsága a scalától észrevehetőleg változik, a mint a tükör a scala felé, vagy ellenkező irányban leng. E miatt a scala osztályrészeinek szögértéke megváltozik. Czészerűbb a tükröt az iga oldalára, közel a tengelyhez erősíteni meg. E berendezés azonban utazásra szánt mérlegnél nem használható, mert az a mérlegnek, de különösen a távcsőnek mozdulatlan felállítását követeli.

Az én mérlegemen szintén optikai leolvasás van alkalmazva, de az előbbtől különböző módon. Ezen a mérlegigán két achromatikus prisma van megerősítve oly módon, hogy a prisma élek egymással párhuzamos, függélyes vonalakat, azoknak hypothénusa lapjai pedig egymásra derékszög alatt álló síkokat képeznek. A prismáknak két cathetus oldala az iga két vége felé néz, a másik kettő pedig az iga széles oldal-lapjához párhuzamos. E prismák elé egy távcső van állítva, melyet vagy külön állványon, vagy magán a mérleg testének oldalán is meg lehet erősíteni. A mérlegiga két végétől 3—4 méter távolságban két scala állítatik fel szilárd fekvésben, p. o. a szoba falaira erősítve. Az egyik scala 1—2 milliméter nagyságú egyenlő részekre osztatik, a másiknak osztályrészei 10-szer nagyobbak az elsőnél. Ezen scalák a prismák közepétől egyenlő távolságban állítatnak fel, s kellőleg elhelyezve azoknak képei a prismákban történt visszavet-

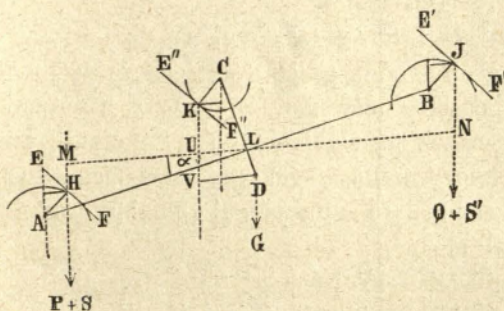
tetés után 90° alatt eltérítve, a távcső láttérében ellenkező mozgásban látszanak egymáson, s a sűrűbb osztályzatú scala részeit a ritkább osztályzatúnak valamelyik vonásán le lehet olvasni. Ha az első izben használt vonás a munka további folyamatjában igen elmozdulna a távcső láttére közepéből, akkor a leolvasást azon a vonáson kell teljesíteni, mely a láttér középhez legközelebb áll, s a leolvasást át kell számítani az első izben használt vonásra, mi egyszerű összeadás, vagy kivonás által eszközöltetik. E berendezésnek azon előnye van, hogy az irányzó szilárd felállítást nem kíván, minthogy a képek coincidentiaja a távcső elmozdulása által épen nem zavartatik; csak a scalák legyenek mozdulatlanul felállítva. A képek világosságát a scalák megvilágítása által lehet fokozni. A képek mozgási sebessége egymáshoz viszonyítva kétszer olyan nagy, mintha csak egy prisma s a távcsőben kifeszített vízszintes szál használtatik, mi azonban semmi nehézséggel nem jár, csak el kell az egyik prismát takarni, és a távcső diaphragmáján pókszálát kell behúzni. A sugárzó meleg eltávolítására szükséges a mérleget egy vastag szövetből készült ernyővel befedni, melynek oldalt lefüggő szárnyai a szükséghez képest fölemelhetők, vagy leereszthetők legyenek.

Ezek, tisztelt Akadémia, az új mérlegrendszer jellemző részletek; ezeknek ösmertetésével eleget tettem azon kötelességnek, hogy mielőtt azt a párisi világkiállításon az egyész világ ítéllete alá bocsátanám, elébb a hazai tudományosság legilletékesebb areopagja előtt bemutassam, s ezzel befejezhetném előadásomat; de szükségesnek látom még azon indokok némelyikét, melyek a mérleg szerkezetének complicatiójára okot szolgáltatnak, bővebben megvilágítani.

Ha a mérleggel két súly különbségét nagy pontossággal akarjuk meghatározni, a munka sorrendjét illetőleg a *Borda*-féle, vagyis helyettesítési és a *Gauss*-féle, vagyis felcserélési módok valamelyikét alkalmazzuk. Azon eszközöket illetőleg, melyek ezen munkaközben használtatnak, háromféle eljárást lehet követni, a szerint a mint az összehasonlítandó súlyok különbségét vagy kisebb súlydaraboknak közvetlen a serpenyőre rakása, vagy egy nagyobbka súlydarabnak a mérlegkar különböző pontjain felakasztása, vagy a mérlegnyelv

által a scalán elmesztett osztályrészek leolvasása által határozzuk meg. Akármelyik módszer használtassék, fölteszszük, hogy a mérleg karjai csaknem egyenlő hosszuk, a serpenyők súlyai csaknem egyenlők, és az összehasonlítandó súlyok különbsége előleges kitarázás által néhány milligrammot meg nem haladó kis mennyiségre leszállítottatott, úgy hogy ha a súlyok a serpenyőkre tétetnek, a mérlegigának a vízszintes fekvésből elmozdulása 10—20 perczet meg nem halad. A mérlegelés hibája leginkább két kútfőre vihető vissza, ezek: az *élek tompasága* kapcsolatban a kengyelsíkok, és a középső ágyának ingatagságával, továbbá a *mérlegkarok hosszának* a hőmérsék változása folytán beálló *növekedése* vagy *csökkenése*. E hiba kútfők egymástól függetlenül hatnak; ezért föltevén, hogy az azokból eredő hibák csak csekély értékűek, azokat egyenkint lehet meghatározni.

Legyenek a mellékelt idomban, mely a mérlegnek hosszszerszétét ábrázolja A, B, C , az éleket alkotó hengerecs-



két görbületi középpontjai $EF, E'F', E''F''$ a kengyelek, illetőleg a középső ágy síkjai, H, I, K , ezeknek a hengerekkel való érintkező pontjai $AH=r, BI=q, CK=R$ a hengerek görbületi sugarai, melyek a függélyes vonalakkal b, β és B szögeket zárnak be. Tegyük fel, hogy a mérlegiga sem tökéletesen symmetrikus alakú, hanem a súlypontot D a görbületi középponttal C összekötő vonal CD az AB -vel $90-\varphi$ szöget képez, hol azonban φ csak kis értékű mennyiség. Legyen $AL=a, LB=a', CL=t, CD=t'$. A balserpenyő súlya $=S$, a jobb serpenyőé $=S'$, az igái $=G$, mely a D pontban van összpontosítva. Tegyük a balserpenyőbe P , a jobbikba Q súlyt,

ezeknek hatása alatt a mérlegiga AB vonala a vízszintestől α szög alatt lehajlik, s az egyensúly egyenlete ez leend:

$$(P + S) \cdot \overline{MU} = (Q + S') \cdot \overline{NU} + G \cdot \overline{DV}.$$

Fejezzük ki az emeltyűkarokat a mérleg adataival, akkor lesz:

$$\overline{MU} = a \cos \alpha - r \sin b - R \sin B - t \sin (\varphi + \alpha),$$

$$\overline{NU} = a' \cos \alpha + \varrho \sin \beta + R \sin B + t \sin (\varphi + \alpha),$$

$$\overline{DV} = R \sin B + t' \sin (\varphi + \alpha);$$

vagy tekintetbe vévén, hogy a hajlásszögek mind igen kicsinyek, melyeknél a Sinusokat az ivekkel, a Cosinust 1-el fel lehet cserélni, egyszerűbben lesz:

$$\overline{MU} = a - rb - RB - t (\varphi + \alpha),$$

$$\overline{NU} = a' + \varrho \beta + RB + t (\varphi + \alpha),$$

$$\overline{DV} = RB + t' (\varphi + \alpha).$$

Ezeket helyettesítvén, némi kifejtés és rendezés után esz:

$$Pa - Qa' + Sa - S'a' =$$

$$= ((P + Q + S + S')t + Gt') (\varphi + \alpha)$$

$$+ (P + Q + S + S' + G)RB + (P + S)rb + (Q + S')\varrho\beta. \quad 1)$$

Zárjuk el a mérleget, és tegyünk a serpenyőkre más súlyokat, melyek az előbbiektől szintén csak keveset különböznek, akkor a hajlásszögek egy kissé megváltoznak, s ha azokat az előbbiektől egy vonással különböztetjük meg, ezen egyenlet áll elő:

$$P'a - Q'a' + Sa - S'a' =$$

$$= ((P' + Q' + S + S')t + Gt') (\varphi + \alpha')$$

$$+ (P' + Q' + S + S' + G)RB' + (P' + S)r'b' + (Q' + S')\varrho\beta'.$$

E két egyenletben a jobb oldalon az ugyanazon betűvel jelölt súlyok közötti különbségeket el lehet hanyagolni, mert azok igen kis mennyiségekkel lévén szorozva, csak másodrangú kis tagokat szolgáltatnak. Ugyanazon okból a P és Q , továbbá S és S' közötti különbségeket is tekintet nélkül lehet hagyni, s ha a két egyenletet egymásból levonjuk, lesz:

$$(P - P')a - (Q - Q')a' =$$

$$= (2(P + S)t + Gt') (\alpha - \alpha') + (2(P + S) + G)R(B - B')$$

$$+ (P + S)r(b - b') + (P + S)\varrho(\beta - \beta') \dots \dots \dots 2)$$

Ez egyenletből most már az élek tompaságának befolyását meg lehet itélni.

a) Tegyük fel, hogy a Borda-féle módszer a súlyokkal való közvetlen kiméréssel kapcsolatban alkalmaztatik, akkor a mérleg egyik serpenyőjében elhelyezett tarák mind a két izben egyenlők, azaz: $Q = Q'$; úgy szintén a nyelv is ugyanazon ponton áll be mind a két izben, azaz: $\alpha = \alpha'$. Ha tehát az összehasonlítandó súlyok P, Q , és az adalék súly q -val jelöltetnek, $P = P, P' = Q + q$ -val helyettesítendő, s a fentebbi 2) egyenletből lesz:

$$P - Q - q = (2(P + S) + G) \frac{R}{a} (B - B') + (P + S) \frac{r}{a} (b - b') + (P + S) \frac{q}{a} (\beta - \beta') \dots \dots \dots 3)$$

Ez egyenletből kitűnik, hogy a hibákat képviselő jobb oldali tagok igen kicsinyek lesznek, ha vagy a radiusok, vagy a hajlásszögek igen kicsinyek. Ez utóbbiakat illetőleg nem annyira a hajlásszögeknek abszolút nagysága, mint inkább azoknak ingatagsága hat károsan az eredményre. Legyenek p. o. $P = 20 \text{ k} = 20 \cdot 10^6 \text{ mg}$, $S = 2 \text{ k} = 2 \cdot 10^6 \text{ mg}$, $G = 3 \text{ k} = 3 \cdot 10^6 \text{ mg}$. $R = r = \rho = 0.01 \text{ mm}$, $a = 300 \text{ mm}$. $B - B' = b - b' = \beta - \beta' = \text{arc } 1' = 0.0003$, akkor a hibák sorjában lesznek: $0.47, 0.22, 0.22 \text{ mg}$. s minthogy ezek legrosszabb esetben summázódhatnak, a mérés eredményét egész 1 milligrammallyal meghamisíthatják.

b) Ha a Gauss-féle módszert akarjuk használni, akkor $P = P + p, Q = Q, P' = Q, Q' = P + p_2, \alpha = \alpha'$, s ezen kívül még $\alpha = \alpha'$ helyettesítendő, s a fentebbi egyenlet ezzé válik:

$$P - Q + \frac{p_1 + p_2}{2} = \frac{2(P + S) + G}{2} \frac{R}{a} (B - B') + \frac{(P + S)}{2} \frac{r}{a} (b - b') + \frac{P + S}{2} \frac{q}{a} (\beta - \beta') \dots 4)$$

Ez esetben tehát a hibák fél akkorák, mint a hogy a Borda-féle módnál találtattak.

c) Ha a nyelv állásait olvassuk le a scalán, s szintén a

Gauss-féle módot alkalmazzuk, akkor $P = P$, $Q = Q$, $P' = Q$, $Q' = P$ helyettesítendő, s a fentebbi egyenlet ezzé lesz:

$$(P - Q)(a + a') = \\ = (2(P + S)t + Gt')(\alpha - \alpha') + (2(P + S) + G)R(B - B') \\ + (P + S)r(b - b') + (P + S)\varrho(\beta - \beta') \dots\dots\dots 5)$$

Hogy ezen képletből a $P - Q$ értékét meglehessen határozni, tudni kell, hogy egy bizonyos p súlyoskának hány osztályrész felel meg a scalán. E végett tegyük a p súlyt a mérleg ugyanazon megterheltetésénél elébb az egyik, azután a nélkül hogy a mérleget elzártuk volna, a másik serpenyőbe, és olvassuk le a scalán a nyelvnek megállapodási helyeit. Legyenek ezek α'' és α''' , akkor az 1) egyenlet szerint következő kifejezéseket kapunk:

$$(P + p)a - Qa' + Sa - S'a' = (2(P + S)t + Gt')(\varphi + \alpha'') \\ + (2(P + S) + G)RB + (P + S)rb + (P + S)\varrho\beta. \\ Pa - Q + p)a' + Sa - S'a' = (2(P + S)t + Gt')(\varphi + \alpha''') \\ + (2(P + S) + G)RB' + (P + S)rb + (P + S)\varrho\beta.$$

Ezeket egymásból levonván, lesz:

$$p(a + a') = (2(P + S)t + Gt')(\alpha'' - \alpha''') \dots\dots\dots 6)$$

Ha most az 5) és 6) egyenleteket egymással elosztjuk, lesz:

$$P - Q = p \frac{\alpha - \alpha'}{\alpha'' - \alpha'''} + \frac{p(2(P + S) + G)R(B - B')}{(2(P + S)t + Gt')(\alpha'' - \alpha''')} \\ + \frac{p(P + S)r(b - b')}{(2(P + S)t + Gt')(\alpha'' - \alpha''')} + \frac{p(P + S)\varrho(\beta - \beta')}{(2(P + S)t + Gt')\alpha'' - \alpha''')}$$

vagy ha figyelembe vesszük, hogy a 6) egyenlet szerint

$$\frac{p}{(2(P + S)t + Gt')(\alpha'' - \alpha''')} = \frac{1}{a + a'}, \text{ vagy elég közelítés-} \\ \text{sel} = \frac{1}{2a}, \text{ akkor a képlet ezzé válik:}$$

$$P - Q = \frac{p(\alpha - \alpha')}{\alpha'' - \alpha'''} + \frac{2(P + S) + G}{2} \frac{R}{a}(B - B') + \\ + \frac{(P + S)}{2} \frac{r}{a}(b - b') + \frac{(P + S)}{2} \frac{\varrho}{a}(\beta - \beta') \dots\dots 7)$$

Az első tag adja a $P - Q$ értékét, a többiek a hibákat, melyek azonban a közvetlen mérés esetében talált hibákkal azonosok.

Menjünk most át a hőmérsék változása folytán a mérlegkarokban beálló változások hatásának meghatározására. Használjuk a scalán tett leolvasásokat és a Gauss-féle módot, mint a melynél a hibák befolyását csekélyebbnek találtuk. Az egyensúly egyenletét most az előbbi hibák elhanyagolása' folytán következő egyszerű alakban lehet írni:

$$(P + S) a - (Q + S') a' = k a,$$

hol k egy állandót jelent. A mérlegelés második stadiumában a és a' megváltoztak Δa és $\Delta a'$ val; lesz tehát

$$(Q + S) (a + \Delta a) - (P + S') (a' + \Delta a') = k a'.$$

Ezeket egymásból levonván, lesz:

$$(P - Q) (a + a') = k (a - a') + (Q + S) \Delta a - (P + S') \Delta a'$$

vagy elegendő pontossággal

$$(P - Q) (a + a') = k (a - a') + (P + S) (\Delta a - \Delta a')$$

Oszszuk el ezt az adaléksúlyra vonatkozó egyenlettel

$$p (a + a') = k (a'' - a''')$$

akkor lesz:

$$P - Q = p \frac{a - a'}{a'' - a'''} + \frac{p (P + S) (\Delta a - \Delta a')}{k (a'' - a'')}$$

Mint hogy pedig

$$\frac{p}{k (a'' - a''')} = \frac{1}{a + a'} = \frac{1}{2 a}$$

ezen egyenletet így is lehet írni:

$$P - Q = p \frac{a - a'}{a'' - a'''} + \frac{P + S}{2} \cdot \frac{\Delta a - \Delta a'}{a} \dots 8)$$

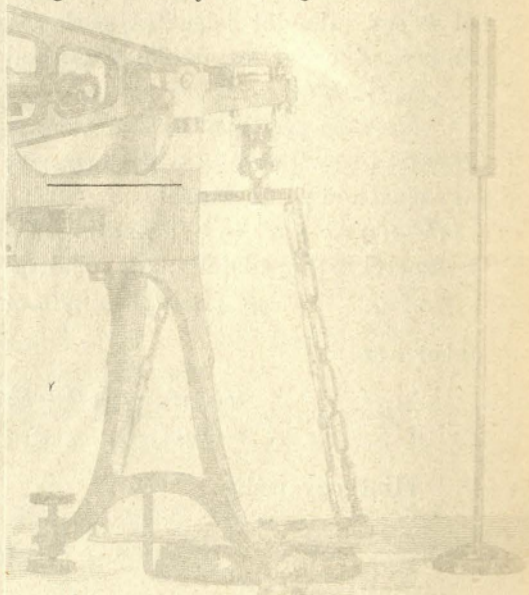
A jobb oldali második tag ábrázolja a hőmérsék változásából a mérlegelésnél eredő hibát. Legyen p. o. mint fentebb, $P = 20.10^6$ mg, $S = 2.10^6$ mg. növekedjék az egyik kar hőmérséke a másik fölött csak 0.01 C fokkal, akkor vas mérlegnél

$$\text{lesz: } \Delta a - \Delta a' = \frac{a}{8.10^4} : \frac{1}{100} = \frac{a}{8.10^6}, \text{ s a hiba} = 1.4 \text{ mg.}$$

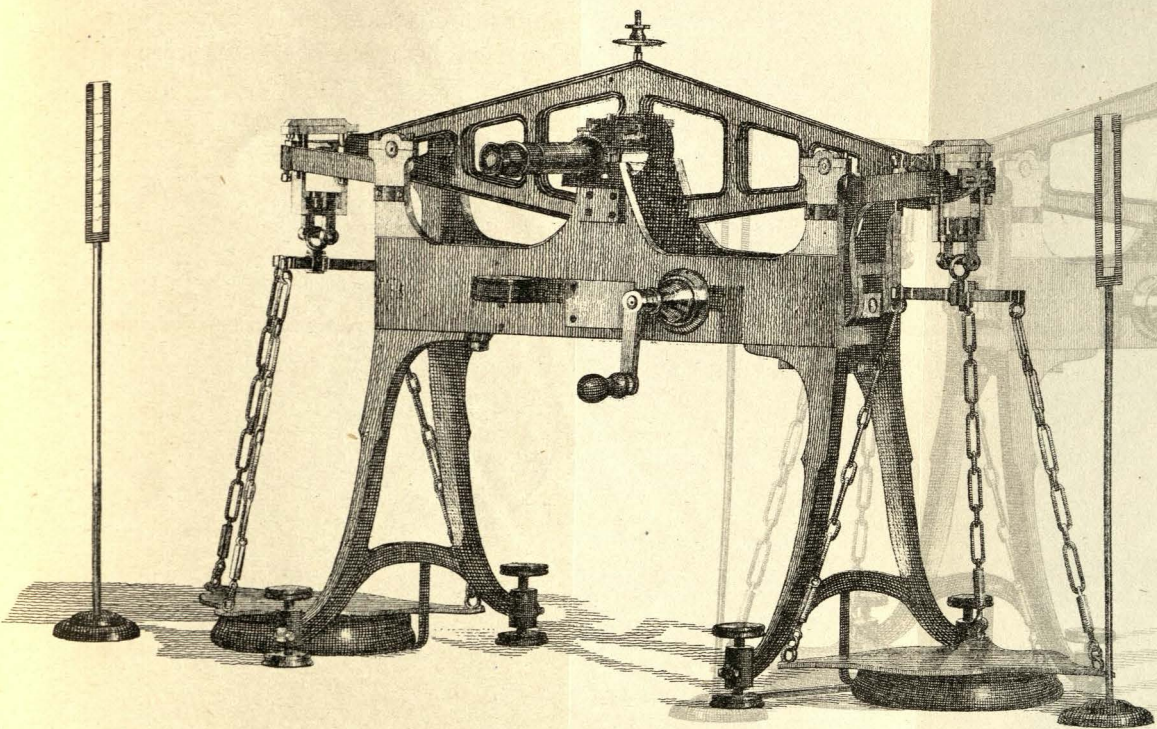
A kármí legyen azon phisikai törvény, melyet a mérlegkarok változásai követnek, ha föltehetjük, hogy e törvény azon rövid idő lefolyása alatt, mely a mérlegelésre megkívánatik, állandó marad, a hibát az eredményből ki lehet ejteni az

által, hogy a mérést kétszer egymás után, de ellenkező sorrendben viszzük véghez, s a nyert eredményekből a számtani közepet vesszük. Ez esetben a hiba ugyanaz marad, de ellenkező értelemben hat az eredményre, ennél fogva a számtani középből kiesik. Ez a Bessel-féle eljárás alapja.

Könnyű belátni, hogy ez eljárás szerint a serpenyőkre ható valamely állandó légáram befolyása is egészen kiesik a középértékből.



KRUSPÉR ÚJ MÉRLEG RENDSZERE



M. Tud. Akad. Értekez. a Math. tud. köréből 1878.

Ny. Farkas J. udv. mltár. Eö dnyesten

